

III (1) $f(x) = 0$ より

$$x^2 + 3px + 2 = 0$$

解と係数の関係より

$$\alpha + \beta = -3p //$$

$$\alpha\beta = 2 //$$

(2) $h(x) = f'(x)$ より

$$f'(x) = 2x + 3p \text{ なので}$$

$$h(x) = 2x + 3p //$$

(3) (2) より $h(\alpha) = 2\alpha + 3p$

$$h(\beta) = 2\beta + 3p \text{ なので}$$

$$h(\alpha) + h(\beta) = (2\alpha + 3p) + (2\beta + 3p)$$

$$= 2(\alpha + \beta) + 6p$$

$$(1) \text{ より } \alpha + \beta = -3p \text{ なので}$$

$$= 2 \times (-3p) + 6p$$

$$= 0 //$$

$$h(\alpha)h(\beta) = (2\alpha + 3p)(2\beta + 3p)$$

$$= 4\alpha\beta + 6p(\alpha + \beta) + 9p^2$$

$$(1) \text{ より } \alpha + \beta = -3p, \alpha\beta = 2 \text{ なので}$$

$$= 4 \times 2 + 6p \times (-3p) + 9p^2$$

$$= -9p^2 + 8 //$$

$$(4) g(x) = 2|x - h(\alpha)||x - h(\beta)|$$

$$= 2|x^2 - (h(\alpha) + h(\beta))x + h(\alpha)h(\beta)|$$

$$(3) \text{ より } h(\alpha) + h(\beta) = 0, h(\alpha)h(\beta) = -9p^2 + 8 \text{ なので}$$

$$= 2(x^2 - 9p^2 + 8)$$

$$= 2x^2 - 18p^2 + 16$$

$$I(x) = g(x) - f(x) \text{ として}$$

$$= 2x^2 - 18p^2 + 16 - (x^2 + 3px + 2)$$

$$= x^2 - 3px - 18p^2 + 14$$

$I(x)$ の判別式を D として

$g(x) \geq f(x)$ がすべての実数 x で成立するには

D が 0 以下になればよいので

$$D = (-3p)^2 - 4 \times 1 \times (-18p^2 + 14)$$

$$= 9p^2 + 72p^2 - 56$$

$$= 81p^2 - 56 \leq 0$$

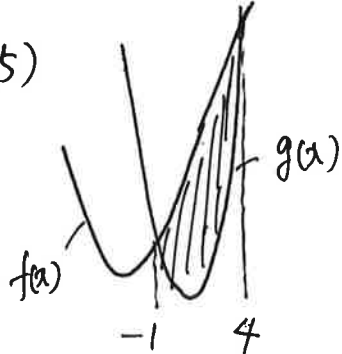
$$81p^2 - 56 \leq 0$$

$$p^2 \leq \frac{56}{81}$$

$$-\frac{2\sqrt{14}}{9} \leq p \leq \frac{2\sqrt{14}}{9}$$

$$\text{よって } a = \frac{2\sqrt{14}}{9} //$$

III (5)



$$f(x) = g(x) \text{ となる } x \text{ を求める。}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 2x^2 - 2$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x = -1 \text{ または } x = 4$$

求める面積は上の図の斜線部なので

$$\int_{-1}^4 (x^2 + 3x + 2 - (2x^2 - 2)) dx$$

$$= \int_{-1}^4 (-x^2 + 3x + 4) dx$$

$$= \frac{125}{6}$$

(6)

$$S_n = 2 \sum_{k=1}^n f(k) - \sum_{k=1}^n g(k)$$

$$= 2 \sum_{k=1}^n (k^2 - 6k + 2) - \sum_{k=1}^n (2k^2 - 56)$$

$$= 2 \sum_{k=1}^n k^2 - 12 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 4 - 2 \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n 56$$

$$= -12 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 60$$

$$= -12 \times \frac{1}{2} n(n+1) + 60n$$

$$= -6n^2 + 54n$$

また、 $S_{n+1} < S_n$ となる n の範囲は、

$$-6(n+1)^2 + 54(n+1) < -6n^2 + 54n$$

$$\text{これを解いて } n > 4$$

また、 $S_n \geq 0$ となる n の範囲は

$$-6n^2 + 54n \geq 0$$

$$n^2 - 9n \leq 0$$

$$n(n-9) \leq 0$$

$$0 \leq n \leq 9$$

なので、 S_n は $n=5$ のとき

$$\text{最大値 } S_5 = 120 \text{ を取る}$$